

Heise’s Human Thislethwaite Method

识破天

G0=<U,D,L,R,F,B> , Phase 1 →
G1=<U,D,L,R,F2,B2>, Phase 2 →
G2=<U,D,L2,R2,F2,B2>, Phase 3 →
G3=<U2,D2,L2,R2,F2,B2>, Phase 4 →
G4=<I>

普通解法是通过逐块（piece or block or layer）还原来减少下一步剩余块的状态数，最后所有块还原。Thislethwaite 方法(TM)则与此有本质的不同。魔方的任何一种状态与魔方群的一个群元素是一一对应的。TM 的思想就是逐步降解魔方所处的群到更小的子群，最后到单位子群，也即还原状态。所以在还原的每一步实体魔方看起来还是乱的，但实际上魔方的状态数是随所处的群的减小而规则的减小的。

这个表是魔方在相应子群时的状态数：

Group	positions	Factor
G0=<U,D,L,R,F,B>	4.33*10^19	
Phase 1		2,048(2^11)
G1=<U,D,L,R,F2,B2>	2.11*10^16	
Phase 2		1,082,565(12!/(8!4!) *3^7)
G2=<U,D,L2,R2,F2,B2>	1.95*10^10	
Phase 3		29,400(8!/(4!4!)]^2*2*3)
G3=<U2,D2,L2,R2,F2,B2>	6.63*10^5	
Phase 4		663,552(4!^5/12)
G4=<I>	1	

Phase 1 对好所有楞块方向

从 G0 到 G1 有个缩小因子 2,048(2^11)，它表示在这一步魔方状态数减少了 2048 倍。因为楞块有 2^11 种朝向，这一步就是调整楞块到某一种朝向模式。原因是，若要翻转一个楞块，必须利用到 LRU 三个转动的组合，但是经过 Phase1 调整后，不能有 U 操作（只能有 U2），也即

所有楞块方向不能在翻转。所以才有下面这个定义：

定义：如果能通过转动群 $\langle U, D, L, R, F, B \rangle$ 使得某个楞块还原，那么这个楞块朝向就是好的。反之则错。

Phase1 就是将所有朝向错的楞块变好。方法很简单，首先找到所有朝向错误的楞块，然后把四个朝向错的楞块通过 $\langle U, D, L, R, F, B \rangle$ 转动移到F面（或者B面）上来，做一个F转动，这四个则变为好的。如果只有两个错的，把其中一个移到F面，做一个F转动，这个错的变为对的，F面上另三个对的变为错的。这样就凑足了四个错的。

熟悉ZZ玩法EOLine的朋友对这一步应该很熟。

下面为了叙述方便，我把魔方放置为：顶层黄色，底层白色，左面蓝色，右面绿色，前面红色后面橙色。我把黄色白色合称YW色，蓝色绿色合称BG色，红色橙色合称RO色。说道某个面是YW色时就指这个面上可以有黄色白色两种颜色。说到某个块的贴片是YW色时就是指这个贴片可以是黄色也可以是白色。其他类推。

Phase 2 将中间层楞块放到中间层，并调整好角块朝向

注意这一步魔方已经处于G1子群了，在这一步的所有操作只能由G1群 $\langle U, D, L, R, F, B \rangle$ 生成，把魔方降解到G2群 $\langle U, D, L, R, F, B \rangle$ 。这一步群的大小减小也即魔方的状态数减小 $3^7 \cdot 12! / (8!4!)$ 倍。 3^7 对应于角块方向， $12! / (8!4!)$ 表示中间层楞块放到中间层。它的物理原因是，任何两个相邻的角块通过 $\langle U, D, L, R, F, B \rangle$ 随意转动，当把它们再次转为相邻时，它们的三个贴片相对方向不变。也就是G2群固定了角块到某一个特定朝向模式。同样， $\langle U, D, L, R, F, B \rangle$ 生成的转动不可能把上下层转到中间层。这就是要求这一步要把中间层的楞块放回中间层。再调整角块朝向之后，U面或者D面只有黄白两种颜色。

下面说具体怎么做。

中层楞块放回中层：等价的说法就是要把YW色楞块全部放在顶底面。通过L, R转动，使得顶面有三个楞块是YW色，底面也有三个楞块的YW色朝下。他们缺的那块转到L/R侧面，剩下两个YW色楞块必定在中间层，也转到这个侧面，做一个L/R转动，中间层楞块全部回到中间层。

此后，除非必要，便不可在用LR操作，免得移走中间层楞块。如果要用的L, R转动的话，L/R之后即需跟上自己的逆。用数学表示就是 $R\{U, D, L, R, F, B\}R'$ 这样的转动。

调整角块朝向：就是使角块的YW色处于U或者D面上。把两个朝向错误的角块一个放在LUF，一个放在FDR， $R'D-L2-D'R$ 操作即可以把它们的YW色调到U/D面上。也可以放在RUF，LFD两个位置，用操作 $LD'-R2-DL'$ 翻转它们的朝向。

Phase 3 调整F/B面为RO色，L/R面为BG色，并调整角块相对位置

这一步所有操作只能通过G2群的转动 $\langle U, D, L, R, F, B \rangle$ 生成。

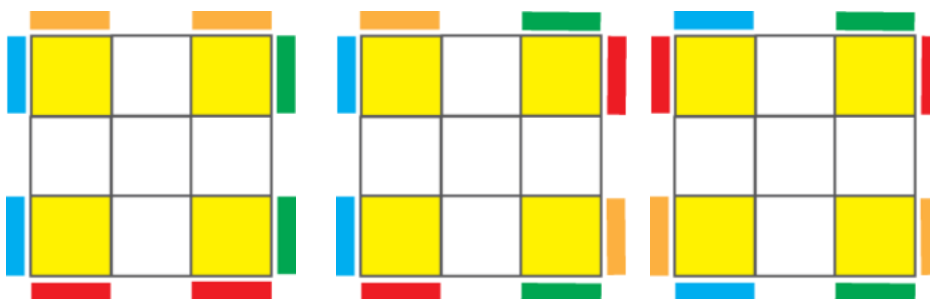
上一步把U/D调整为YW色，这一步类似，要调整两个侧面为对色。或者换一个说法，上一步已经

把E层（中间层）楞块放回中间层了，这一步就是把M层（M slice）上的楞块调到M层，S层（S slice）上的楞块调到S层。显然这是G3群 $\langle U2, D2, L2, R2, F2, B2 \rangle$ 决定的状态。但这还不够，G3群还决定了角块的相对位置。八个角块分为两组，第一组四个角块{ULB, URF, RDB, LFD}在{ULB, URF, RDB, LFD}这四个顶角位置置换，另一组四个角块{ULF, URB, LDB, RDF}在{ULF, URB, LDB, RDF}这四个顶角位置置换。比如，如果URB角块处于URF顶角上，它的位置就是错的，要处于RDF顶角上则是对的。这一步使状态数减少了29,400 ($= [8!/(4!4!)]^2 * 2 * 3$) 倍， $8!/(4!4!)$ 对应于M层S层楞块放回M层S层，6对应于两组角块每一组的四个相对位置正确。



下面介绍怎么做到这一点。

角块调整难度大一些，要首先调整角块位置。可以直接在上面两组对角线上找，看是不是该组角块处于该组，不是则调为是。但这样比较麻烦。简单的做法是，先黄色角块全部调到U层，同时白色角块都回到D层。这时，看U/D层各自的四个角块相对位置是不是正确。比如U层角块，有三种状态，



第一种侧面颜色完全匹配；第二种不匹配，有且只有一个侧面同色；第三种完全不匹配。底面同样判断。

如果U和D面都是完全匹配或者完全不匹配（一三），（操作 $R2U2R2$ 可以使情况一三互相变换），那么两组角块的相对位置都正确。否则需要调整。

$R'FR' - B2 - RF'R$ ，这个操作交换U层ULB, URB两个角块，同时交换D层DLB, DRF两个角块。转动 $\langle U, D, L2, R2, F2, B2 \rangle$ 使角块处于合适位置，用这个互换操作即可把两组角块相对位置调整正确。

接着处理楞块。注意这时六个中心块和八个角块要处于正确位置（即处于G3群转动允许的的位置）。角块位置已经调好了，不能用U, D转动。或者只能这么用 $U\{U2, D2, L2, R2, F2, B2\}U'$ 。处理楞块具体就是这么做，首先把四个RO色楞块调到D层，把四个BG色楞块调到U层。 $D'-M2-D$ 则

把 M 层上的棱调到了 M 层，S 层上的楞块调到了 S 层。

群被降解到了 G3.

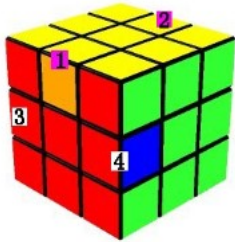
Phase 4 还原所有角块楞块

这时只能用 G3 群的转动<U2,D2,L2,R2,F2,B2>。同理，如果必要用到某个 90 度角转动如 R，必须跟着它的逆，R{ U2,D2,L2,R2,F2,B2}R'。这一步所需的技巧很简单，如果想练得话，可以把还原好的魔方用转动{U2,D2,L2,R2,F2,B2}打乱，再还原，掌握这一步所需的技巧。熟练之后全凭直觉即可还原。

最直观的做法先还原上下两层，首先还原两个相邻角块，这时剩下六个角块都自动对好还原。用公式 U2M2U2 对调 M 层上两对楞块,用公式 U2R2U2R2U2R2 将 M 层一对楞块和 E 层一对楞块对调。其他情形都可以变为这两种。

下面具体点用图说话：

Case1		MD2M'
Case2		M2U2M2 UF<-->UB, DF<-->DB
Case3		U2R2U2R2U2R2 1<-->2, 3<-->4
Case4		M2U2M2 -U (M2U2M2) U' 1<-->2, 3<-->4

Case5		$E-U2R2U2R2U2R2-E'$ $1\leftrightarrow 2, 3\leftrightarrow 4$
-------	---	---

Case 1. 还原一个棱

$MD2M'$

Case2. 对调 M 层上的两个棱， $UF\leftrightarrow UB, DF\leftrightarrow DB$

$M2U2M2$

Case3. 对调 M 层上两个棱，1，2；同时对调 E 层上两个棱 3，4。

$U2R2U2R2U2R2$

剩余所有情形都可以转化为 Case2，Case3。比如

Case4. 对调 M 层 1, 2 楞块，对调 S 层 3, 4 楞块。可以先 $M2U2M2$ ，这时就转化为 case2，接着转动 $U (M2U2M2) U'$ 。

$M2U2M2 -U (M2U2M2) U'$

或者直接 $M2$ 把 1, 2 转到底层，再用 case2 也可。

Case5. 对调 M 层 1, 2 块，E 层 3, 4 块。先做个 U 转动，就转化为 case3.按照 case3 处理，最后 U' 。或者转动 E 变为 Case3，最后 E' 。

要对掉的棱处于 M，S，E 的对角位置，处理方法类似，都是转化为 2，3 两个基本转动。

用上面公式，假如已经还原好两个面，比如 case2，还原好 U，D 面。剩下 E 层上的棱需要调整，这时把魔方整体转动，UD 面转做左右面，E 层转为 M 层。之后用 $U2\{M2, M\}U2$ 即可还原整个魔方。